CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „SFERA”- EDIȚIA a XIX-a

BĂILEȘTI, 16 MARTIE 2024

CLASA a VII-a

Partea I (50 puncte)

Pentru întrebările 1-5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect:

1) Fie ABCD un patrulater convex și $\{O\} = AC \cap BD$. Dacă triunghiurile ADO și BOC au arii egale, atunci:

a) ABCD paralelogram b) ABCD trapez c) ABCD dreptunghi d) ABCD pătrat

2) Fie numărul $A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}, unde\ n \in \boldsymbol{N}^*$. Valoarea lui n pentru care $A = \frac{4049}{2025}$ este:

a) 2025 b) 2026 c) 2024 d) 2023

3) Fie numărul $b = \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{7})\cdot\sqrt{3} - (\sqrt{3}-\sqrt{7})\cdot\sqrt{7}} + \sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{7})\cdot\sqrt{3} + (\sqrt{3}+\sqrt{7})\cdot\sqrt{7}}$: Atunci valoarea numărului $b^2 + 1$ este:

a) 0 b) 29 c) 28 d) 30

4) Considerăm paralelogramul ABCD și un punct M situate pe (AC) astfel $\frac{MC}{AM} = k < 1$. Atunci raportul dintre aria triunghiului ADM și aria paralelogramului ABCD este:

a) $\frac{k}{2}$ b) $\frac{1}{2(k+1)}$ c) $\frac{1+k}{1-k}$ d) $\frac{1-k}{1+k}$;

5) Fie ABCD paralelogram care are măsura unghiului A egală cu 60^0. Dacă bisectoarea unghiului B intersectează diagonala AC în punctul M și latura DC în punctual N, bisectoarea unghiului D intersectează diagonal AC în punctual P și latura AB în punctual Q, iar patrulaterul BNDQ este romb, atunci:

a) AC = 3·MP b) AC = 4·MP c) AC = 2·MP d) AC = 6·MP;

Probleme propuse de prof Mirea Mihaela Mioara, Craiova

Partea a II – a (40 puncte) *Pentru problemele 1 și 2 scrieți pe lucrare rezolvările complete*

Problema 1 (15 puncte)

Să se determine numerele naturale $\overline{xyz}$, știind că media geometrică a numerelor $\overline{xyz}$ și 42 este un număr natural cuprins între 100 și 200.

Supliment GM 1/ 2024

Problema 2 (25 puncte)

Considerăm ABC un triunghi isoscel cu AB = AC. Fie D mijocul laturii BC, M mijocul segmentului AD și N piciorul perpendicularei din D pe BM. Să se arate că ∠ANC = $90^{o.}$

Timp de lucru: 2 ore și 30 min
Din oficiu: 10 puncte

BAREM DE EVALUARE – clasa a VII –a

Partea I

1. b) 2. c) 3. b) 4. b) 5. a)

Partea a II a

1. $M_g = \sqrt{42 \cdot \overline{xyz}}$. Cum 42=2·3·7 și 2, 3, 7 sunt prime, avem că $\overline{xyz} = 42 \cdot k^2, k \in \boldsymbol{N}$……..5p
   Din relația $100 < 42 \cdot k < 200$, avem că $k \in \{3, 4\}$…….....…….5p
   Numerele căutate sunt 378 și 672…….....…… 5p

2. Construim paralelogramul ABDS…….2p
   Evident că ADCS este dreptunghi și fie R intersecția diagonalelor sale. . . . . ……. 8p
   În ΔDNS dreptunghic, (NR) este mediana, deci $NR = \frac{1}{2} \cdot SD$ ……... . . . . .5p
   ADCS este dreptunghi, AC = DS, $NR = \frac{1}{2} \cdot AC$ …….……...3p
   Cum R este mijlocul segmentului AC, în ΔANC, $NR = \frac{1}{2} \cdot AC$…….5p
   ΔANC este dreptunghic în N, ceea ce trebuia arătat. . . . . ……. . . . . 2 p